

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Найдите: а) $3A - 2B - C$; б) $2A + 4B - 3C$.

2. Найдите a, b, c из уравнений: а) $3 \begin{pmatrix} a & 3 & c \\ 4 & b & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & c & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4c & 7 & 5 \\ 7 & -8 & a \end{pmatrix}$;

б) $2 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ b & a \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & c \\ a & c \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ c & 6 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Выполните действия:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & 0 & 6 & -4 \end{pmatrix}$;

ж) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^2$;

б) $(1 \ 2 \ 3) \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$;

з) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^3$;

в) $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} (1 \ 2 \ 3)$;

и) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$;

к) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} (5 \ 4 \ -8 \ 0)$;

д) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & -4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

л) $(5 \ 4 \ -8 \ 0) \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$.

е) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -4 & 7 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \\ -5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$;

4. Найдите матрицу $C = A^T B - AB^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

5. Найдите матрицу $C = A^T B - 2B^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Найдите матрицу $C = 3A + B^T A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Найдите матрицу $C = A^2 + A^T B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

8. Вычислите AA^T и $A^T A$ для заданных матриц A :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Вычислите.

9. $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$.

10. $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^n$.

Найдите значение многочлена $f(x)$ от матрицы A .

11. $f(x) = 3x^2 - 4$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

13. $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$.

12. $f(x) = x^2 - 3x + 1$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Пользуясь свойствами определителей, докажите равенства:

а) $\begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 2 & a^2 & b^2 \\ 4 & a^4 & b^4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ a & a^2 & a^4 \\ b & b^2 & b^4 \end{vmatrix}$;

г) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 8 \\ 3 & 9 & 11 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 7 \\ 0 & 8 & 10 \end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} x & 1 & 4 \\ y & 2 & 5 \\ z & 3 & 6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & y & 5 \\ 3 & z & 6 \end{vmatrix}$;

д) $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 5 \\ z & 3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 5 \\ z+1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

в) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 100 \\ 2 & 3 & 4 & 11 \\ 1 & 10 & 2 & 12 \\ 2 & 25 & 4 & 18 \end{vmatrix} = 0$;

15. Вычислите:

а) $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}$;

г) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix}$;

д) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$.

в) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & -8 \\ 6 & -3 & 4 \\ -7 & -5 & 2 \end{vmatrix}$;

16. Решите уравнения:

а) $\begin{vmatrix} 2 & x-4 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$;

д) $\begin{vmatrix} x+1 & -5 \\ 1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$;

б) $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3x & x+22 \end{vmatrix} = 0$;

е) $\begin{vmatrix} x^2-4 & -1 \\ x-2 & x+2 \end{vmatrix} = 0$.

в) $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ -4 & x+1 \end{vmatrix} = 0$;

г) $\begin{vmatrix} 3x & -1 \\ x & 2x-3 \end{vmatrix} = \frac{3}{2}$;

17. Решите неравенства:

а) $\begin{vmatrix} 3x-3 & 2 \\ x & 1 \end{vmatrix} > 0$;

в) $\begin{vmatrix} 2x-2 & 1 \\ 7x & 2 \end{vmatrix} > 0$.

б) $\begin{vmatrix} 1 & x+5 \\ 2 & x \end{vmatrix} < 0$;

18. Решите уравнения: а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$; б) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

19. Решите неравенства: а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1$; б) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$.

20. Найдите матрицу, обратную к A . Сделайте проверку.

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$;

д) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -3 & 5 & 6 \\ -2 & 2 & 10 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 12 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$;

е) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

в) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

21. Найдите матрицу X из уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$;

б) $X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 18 & 36 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$;

г) $X \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.

22. Решите матричное уравнение:

а) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 9 \\ 7 & 3 & -6 \\ 7 & 9 & -9 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 28 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$;

б) $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -11 \\ -15 & 22 & -16 \end{pmatrix}$;

в) $AXB = C$ при $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ -14 & -20 \end{pmatrix}$;

г) $AXB = C$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 12 \\ 3 & 4 & 10 \end{pmatrix}$.

Решите системы.

23. а) $\begin{cases} x - 2y = -7, \\ 3x + y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 1 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 1 = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = 8, \\ 5x_1 + 3x_2 = 19. \end{cases}$

24. $\begin{cases} x - 2y + z = -7, \\ 3x + y - 3z = 5, \\ -x + 3y - z = 9. \end{cases}$

25. $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 2. \end{cases}$

26. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

27. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 13. \end{cases}$

29. Найдите ранг матрицы:

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -5 \\ 14 & 28 & -42 & 70 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 1 & 7 \\ 8 & 7 & -2 & -1 & 15 \\ 2 & -1 & 8 & -3 & 1 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 11 & 3 & 5 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 3 & 17 & 12 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$;

д) $\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & -10 & -4 & 1 \\ 7 & 1 & 5 & 2 & -8 \end{pmatrix}$;

е) $\begin{pmatrix} 10 & 24 & 20 & -44 & -10 \\ 2 & 3 & 6 & 12 & 17 \\ 5 & 10 & -10 & 10 & 25 \end{pmatrix}$.

30. Определите ранг матрицы $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ в зависимости от числа a .

Решите системы методом Гаусса.

31. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 12, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$

32. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 7, \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$

33. $\begin{cases} x_1 - x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ 5x_1 - 3x_4 = -6, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$

34. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$

35. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$

36. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

37. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 = 8, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$

38. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$

39. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_3 - x_5 = 3, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 2x_5 = 1. \end{cases}$

40. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6. \end{cases}$

41. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$

42. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12. \end{cases}$

43. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7, \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25. \end{cases}$

44. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$

45. $\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18. \end{cases}$

$$46. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$47. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$48. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + 5x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$49. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$$

50. Вектор \vec{a} составляет с координатными осями Ox и Oy углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$. Вычислите его координаты при условии, что $|\vec{a}| = 2$.

51. Точка $A(3; -2; 1)$ является началом вектора $\vec{AB} = \{-2; 1; 7\}$. Найдите координаты точки B .

52. Вычислите направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \{3; 4; 12\}$.

53. Найдите орт вектора $\vec{a} = \{6; -2; -3\}$.

54. Найдите направляющие косинусы и орт вектора $\vec{a} = \{2; -1; 3\}$.

55. Дан модуль вектора $|\vec{a}| = 4$ и углы, образованные вектором с координатными осями $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$. Вычислите проекции вектора \vec{a} на координатные оси.

56. Может ли вектор составлять с координатными осями следующие углы:

1) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$; 2) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 135^\circ$, $\gamma = 60^\circ$; 3) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 60^\circ$?

57. Вектор составляет с осями Ox и Oz углы $\alpha = 120^\circ$, $\gamma = 45^\circ$. Какой угол он составляет с осью Oy ?

58. Даны: $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$ и $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. Вычислите $|\vec{a} - \vec{b}|$.

59. Даны: $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 23$ и $|\vec{a} - \vec{b}| = 30$. Определите $|\vec{a} + \vec{b}|$.

60. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = 120^\circ$, причём $|\vec{a}| = 3$ и $|\vec{b}| = 5$. Определите $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.

61. Проверьте коллинеарность векторов $\vec{a} = \{2; -1; 3\}$ и $\vec{b} = \{-6; 3; -9\}$. Установите, какой из них длиннее другого и во сколько раз, как они направлены — в одну или в противоположные стороны.

62. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{-4; -8; k\}$. При каком значении k векторы коллинеарны?

63. Даны точки $A(-1; 5; -10)$, $B(5; -7; 8)$, $C(2; 2; -7)$, $D(5; -4; 2)$. Проверьте коллинеарны ли векторы \vec{AB} и \vec{CD} .

64. Даны два вектора $\vec{a} = \{3; -2; 6\}$, $\vec{b} = \{-2; 1; 0\}$. Определите проекции на координатные оси следующих векторов: а) $\vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{a} - \vec{b}$; в) $\vec{a} + 2\vec{b}$; г) $2\vec{a} - 3\vec{b}$.

65. Определите, при каких значениях α , β , векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$ и $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны.

66. Дано разложение вектора \vec{c} по базису $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: $\vec{c} = 16\vec{i} - 15\vec{j} + 12\vec{k}$. Определите разложение по этому же базису вектора \vec{d} , параллельного вектору \vec{c} и противоположного с ним направления, при условии, что $|\vec{d}| = 75$.

67. Два вектора $\vec{a} = \{2; -3; 6\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; -2\}$ приложены к одной точке. Определите координаты вектора \vec{c} , направленного по биссектрисе угла между векторами \vec{a} и \vec{b} , при условии, что $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$.

68. На плоскости даны три вектора $\vec{a} = \{3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$ и $\vec{c} = \{7; -4\}$. Определите разложение каждого из этих трёх векторов, принимая в качестве базиса два других.

69. Даны три вектора $\vec{p} = \{3; -2; 1\}$, $\vec{q} = \{-1; 1; -2\}$, $\vec{r} = \{2; 1; -3\}$. Найдите разложение вектора $\vec{c} = \{1; -6; 5\}$ по базису $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$.

70. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 120° ; зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, вычислите: 1) $\vec{a}\vec{b}$; 2) \vec{a}^2 ; 3) \vec{b}^2 ; 4) $(\vec{a} + \vec{b})^2$; 5) $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$; 6) $(\vec{a} - \vec{b})^2$; 7) $(3\vec{a} + 2\vec{b})^2$.

71. Даны векторы $\vec{a} = \{4; -2; -4\}$, $\vec{b} = \{6; -3; 2\}$. Вычислите: 1) $\vec{a}\vec{b}$; 2) $\sqrt{\vec{a}^2}$; 3) $\sqrt{\vec{b}^2}$; 4) $(2\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$; 5) $(\vec{a} + \vec{b})^2$; 6) $(\vec{a} - \vec{b})^2$; 7) косинус угла между векторами.

72. Даны точки $A(-1; 3; -7)$, $B(2; -1; 5)$ и $C(0; 1; -5)$. 1) Вычислите: а) $(2\vec{AB} - \vec{CB})(2\vec{BC} + \vec{BA})$; б) $\sqrt{AB^2}$; 2) найдите координаты вектора $(\vec{AB} \vec{AC})\vec{BC}$.

73. Вычислите, какую работу производит сила $\vec{f} = \{3; -2; -5\}$, когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(2; -3; 5)$ в положение $B(3; -2; -1)$.

74. Вычислите косинус угла, образованного векторами $\vec{a} = \{2; -4; 4\}$ и $\vec{b} = \{-3; 2; 6\}$.

75. Даны вершины треугольника: $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$ и $C(3; -2; 1)$. Определите его внутренний угол при вершине B .

76. Вектор \vec{x} , коллинеарный вектору $\vec{a} = \{6; -8; -7, 5\}$, образует острый угол с осью Oz . Зная, что $|\vec{x}| = 50$, найдите его координаты.

77. Найдите вектор \vec{x} , коллинеарный вектору $\vec{a} = \{2; 1; -1\}$ и такой, что $\vec{x}\vec{a} = 3$.

78. Вектор \vec{x} , перпендикулярный к векторам $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 18\vec{i} - 22\vec{j} - 5\vec{k}$, образует с осью Oy тупой угол. Найдите его координаты, если $|\vec{x}| = 14$.

79. Найдите вектор \vec{x} , зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; -2; 3\}$, и удовлетворяет условию $\vec{x}(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$.

80. Даны два вектора: $\vec{a} = \{3; -1; 5\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; -3\}$. Найдите вектор \vec{x} при условии, что он перпендикулярен к оси Oz и удовлетворяет условиям: $\vec{x}\vec{a} = 9$, $\vec{x}\vec{b} = -4$.

81. Дано: $\vec{a} = \{1; -3; 4\}$, $\vec{b} = \{3; -4; 2\}$ и $\vec{c} = \{-1; 1; 4\}$. Вычислите $pr_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$.

82. Дано: $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j}$ и $\vec{c} = 4\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Найдите $pr_{\vec{c}}(3\vec{a} - 2\vec{b})$.

83. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\pi/6$, $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=5$. Вычислите $|2\vec{a}+3\vec{b}|$.
84. Даны: $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=2$ и $\vec{a}\vec{b}=12$. Вычислите $|\vec{a}\times\vec{b}|$.
85. Даны: $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=26$ и $|\vec{a}\times\vec{b}|=72$. Вычислите $\vec{a}\vec{b}$.
86. Векторы \vec{a} и \vec{b} взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, вычислите:
1) $|(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})|$; 2) $|(3\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}-2\vec{b})|$.
87. Даны векторы $\vec{a}=\{3;-1;-2\}$ и $\vec{b}=\{1;2;-1\}$. Найдите координаты векторных произведений: 1) $\vec{a}\times\vec{b}$; 2) $(2\vec{a}+\vec{b})\times\vec{b}$; 3) $(2\vec{a}-\vec{b})\times(2\vec{a}+\vec{b})$.
88. Даны точки $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;2;1)$. Найдите координаты векторных произведений: 1) $\overline{AB}\times\overline{BC}$; 2) $(\overline{BC}-2\overline{CA})\times\overline{CB}$.
89. Найдите площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}-2\vec{b}$ и $3\vec{a}+2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=|\vec{b}|=5$, $(\vec{a},\vec{b})=45^\circ$.
90. Даны точки $A(1;2;0)$, $B(3;0;-3)$ и $C(5;2;6)$. Вычислите площадь треугольника ABC .
91. Сила $\vec{P}=\{2;2;9\}$ приложена к точке $A(4;2;-3)$. Определите величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно точки $C(2;4;0)$.
92. Даны вершины треугольника $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$ и $C(1;3;-1)$. Вычислите длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC .
93. Вектор \vec{x} , перпендикулярный к векторам $\vec{a}=\{4;-2;-3\}$ и $\vec{b}=\{0;1;3\}$, образует с осью Ox тупой угол. Зная, что $|\vec{x}|=26$, найдите его координаты.
94. Вектор \vec{m} , перпендикулярный к оси Oz и к вектору $\vec{a}=\{8;-15;3\}$, образует острый угол с осью Ox . Зная, что $|\vec{m}|=51$, найдите его координаты.
95. Векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , образующие правую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{c}|=3$, вычислите $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.
96. Вектор \vec{c} перпендикулярен к векторам \vec{a} и \vec{b} , угол между \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Зная, что $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{c}|=3$, вычислите $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.
97. Даны векторы: $\vec{a}=\{1;-1;3\}$, $\vec{b}=\{-2;2;1\}$ и $\vec{c}=\{3;-2;5\}$. Вычислите $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.
98. Установите, компланарны ли векторы:
1) $\vec{a}=\{2;3;-1\}$; $\vec{b}=\{1;-1;3\}$; $\vec{c}=\{1;9;-11\}$;
2) $\vec{a}=\{3;-2;1\}$; $\vec{b}=\{2;1;2\}$; $\vec{c}=\{3;-1;-2\}$;
3) $\vec{a}=\{2;-1;2\}$; $\vec{b}=\{1;2;-3\}$; $\vec{c}=\{3;-4;7\}$.
99. Докажите, что четыре точки $A(1;2;-1)$, $B(0;1;5)$, $C(-1;2;1)$, $D(2;1;3)$ лежат в одной плоскости.
100. Вычислите объём тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2;-1;1)$, $B(5;5;4)$, $C(3;2;-1)$ и $D(4;1;3)$.

101. Даны вершины тетраэдра: $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;8)$. Найдите длину его высоты, опущенной из вершины D .

102. Объём тетраэдра $v=5$, три его вершины находятся в точках $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$. Найдите координаты четвёртой вершины D , если известно, что она лежит на оси Oy .

103. Какой угол образует с положительным направлением оси абсцисс прямая $5x+5y-7=0$?

104. Установите, какие из следующих пар прямых перпендикулярны:

1) $3x-y+5=0$, $x+3y-1=0$;

4) $9x-12y+5=0$, $8x+6y-13=0$;

2) $3x-4y+1=0$, $4x-3y+7=0$;

5) $7x-2y+1=0$, $4x+6y+17=0$;

3) $6x-15y+7=0$, $10x+4y-3=0$;

6) $5x-7y+3=0$, $3x+2y-5=0$.

105. Покажите, что прямые $2x-3y+5=0$ и $14x-21y-13=0$ параллельны и найдите расстояние между ними.

106. Покажите, что прямые $15x+36y-105=0$ и $5x+12y+30=0$ параллельны, и найдите расстояние между ними.

107. Определите острый угол между прямыми:

а) $y=2x-3$, $y=\frac{1}{2}x+1$;

в) $2x+y=0$, $y=3x-4$;

г) $3x+2y=0$, $6x+4y+9=0$.

б) $5x-y+7=0$, $2x-3y+1=0$;

108. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;-2)$ под углом 45° к прямой $2x+y-1=0$.

109. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $B(\sqrt{3};1)$ под углом 60° к прямой $x+\sqrt{3}y+1=0$.

110. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;-2)$ параллельно прямой $8x+3y+1=0$.

111. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;-2)$ перпендикулярно прямой $2x+y-1=0$.

112. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(3;-2)$ и $B(5;-2)$.

113. Найдите точку пересечения прямых $x+2y-3=0$ и $4x-2y+15=0$.

114. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $8x+3y+1=0$, $2x+y-1=0$ и уравнение одной из его диагоналей $3x+2y+3=0$. Определите координаты вершин этого параллелограмма.

115. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x-2y=0$, $x-2y+15=0$ и уравнение его диагонали $7x+y-15=0$. Найдите вершины прямоугольника.

116. Найдите проекцию точки $P(-6;4)$ на прямую $4x-5y+3=0$.

117. Найдите точку Q , симметричную точке $P(-5;13)$ относительно прямой $2x-3y-3=0$.

118. Найдите проекцию точки $P(-8;12)$ на прямую, проходящую через точки $A(2;-3)$ и $B(-5;1)$.

119. Составьте уравнение высоты AH треугольника с вершинами в точках $A(3;2)$, $B(5;-2)$ и $C(1;0)$.
120. Составьте уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами в точках $A(3;2)$, $B(5;-2)$ и $C(1;0)$.
121. Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $P(8;6)$ и отсекает от координатного угла треугольник с площадью, равной 12.
122. Даны середины сторон треугольника $M_1(2;1)$, $M_2(5;3)$ и $M_3(3;-4)$. Составьте уравнения его сторон.
123. Составьте уравнения прямых, проходящих через вершины треугольника с вершинами в точках $A(5;-4)$, $B(-1;3)$ и $C(-3;-2)$ параллельно противоположным сторонам.
124. Даны вершины треугольника: $A(2;3)$, $B(-1;7)$, $C(3;9)$. Найдите точку пересечения медианы AM и высоты BD .
125. Даны вершины треугольника $M_1(2;1)$, $M_2(-1;-1)$ и $M_3(3;2)$. Составьте уравнение его высот.
126. Постройте в системе координат XOY прямые, заданные уравнениями:
а) $x-2y=0$; б) $3x-2y-8=0$; в) $x-2=0$; г) $3y+4=0$.
127. Точка $A(-4;5)$ – вершина квадрата, диагональ которого лежит на прямой $7x-y+8=0$. Составьте уравнения сторон и второй диагонали квадрата.
128. Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1;3)$ и $C(6;2)$. Составьте уравнения его сторон.
129. Составьте уравнения сторон треугольника, если даны две его вершины $A(3,2)$, $B(4,-2)$ и точка пересечения высот $M(2,0)$.
130. В треугольнике ABC известны координаты двух вершин $A(2,2)$, $B(-4,-2)$ и точка пересечения медиан $E(1,0)$. Составьте уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины C .
131. В треугольнике ABC известны координаты вершины $A(3,-1)$ и уравнения высоты $BE: y-2=0$ и медианы $BK: x+6y-9=0$. Составьте уравнения сторон треугольника.
132. Составьте уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $(3,2)$ и уравнения двух высот: $x-2y=2$, $x+y-4=0$.
133. В треугольнике ABC известны координаты вершин $A(2,-1)$, $B(-3,0)$, $C(0,2)$. Найдите угол между сторонами AB и AC и составьте уравнение средней линии, параллельной стороне BC .
134. Даны стороны треугольника $x+y-1=0$, $3x+5y-1=0$ и $x+2y-1=0$. Найдите координаты центра тяжести треугольника.
135. Составьте уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:
- 1) его полуоси равны 5 и 2;
 - 2) его большая ось равна 10, а расстояние между фокусами $2c=8$;
 - 3) его малая ось равна 24, а расстояние между фокусами $2c=10$;
 - 4) расстояние между его фокусами $2c=6$ и эксцентриситет $\varepsilon=0,6$.

136. Составьте уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

- 1) его полуоси равны соответственно 7 и 2;
- 2) его большая ось равна 10, а расстояние между фокусами $2c = 8$;
- 3) расстояние между его фокусами $2c = 24$ и эксцентриситет $\varepsilon = 12/13$;
- 4) его малая ось равна 16, а эксцентриситет $\varepsilon = 0,6$.

137. Дан эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Найдите: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

138. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет эллипс, и найдите координаты его центра C , полуоси, эксцентриситет и уравнения директрис:

1) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$; 2) $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$;

3) $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$.

139. Установите, какие линии определяются следующими уравнениями:

1) $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$; 2) $y = 1 - \frac{4}{3}\sqrt{-6x - x^2}$;

3) $x = -2\sqrt{-5 - 6y - y^2}$; 4) $x = -5 + \frac{2}{3}\sqrt{8 + 2y - y^2}$.

Изобразите эти линии на чертеже.

140. Составьте уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = 2/3$, фокус $F(2;1)$ и уравнение соответствующей директрисы $x - 5 = 0$.

141. Составьте уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = 0,5$, фокус $F(-4;1)$ и уравнение соответствующей директрисы $y + 3 = 0$.

142. Составьте уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

- 1) её оси $2a = 10$ и $2b = 8$;
- 2) расстояние между фокусами $2c = 10$ и ось $2b = 8$;
- 3) расстояние между фокусами $2c = 6$ и эксцентриситет $\varepsilon = 1,5$;
- 4) ось $2a = 16$ и эксцентриситет $\varepsilon = 1,25$.

143. Составьте уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси ординат, симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что:

- 1) её полуоси $a = 6$, $b = 18$ (буквой a обозначена полуось гиперболы, расположенная на оси абсцисс);
- 2) расстояние между фокусами $2c = 10$ и эксцентриситет $\varepsilon = 5/3$;
- 3) уравнения асимптот $y = \pm \frac{12}{5}x$ и расстояние между вершинами равно 48;
- 4) расстояние между директрисами равно $50/7$ и эксцентриситет $\varepsilon = 7/5$.

144. Дана гипербола $16x^2 - 9y^2 = 144$. Найдите: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

145. Дана гипербола $16x^2 - 9y^2 = -144$. Найдите: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

146. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет гиперболу, и найдите координаты её центра C , полуоси, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис:

$$1) 16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0; \quad 2) 9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0;$$

$$3) 16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0.$$

147. Изобразите на чертеже линии заданные следующими уравнениями:

$$1) y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}; \quad 2) y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13};$$

$$3) x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}; \quad 4) x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}.$$

148. Составьте уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная, что:

1) парабола расположена в правой полуплоскости, симметрично относительно оси Ox , и её параметр $p = 3$;

2) парабола расположена в левой полуплоскости, симметрично относительно оси Ox , и её параметр $p = 0,5$;

3) парабола расположена в верхней полуплоскости, симметрично относительно оси Oy , и её параметр $p = 0,25$;

4) парабола расположена в нижней полуплоскости, симметрично относительно оси Oy , и её параметр $p = 3$.

149. Определите величину параметра и расположение относительно координатных осей следующих парабол:

$$1) y^2 = 6x; \quad 2) x^2 = 5y; \quad 3) y^2 = -4x; \quad 4) x^2 = -y.$$

150. Составьте уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная, что:

1) парабола симметрично расположена относительно оси Ox и проходит через точку $A(9; 6)$;

2) парабола симметрично расположена относительно оси Ox и проходит через точку $B(-1; 3)$;

3) парабола симметрично расположена относительно оси Oy и проходит через точку $C(1; 1)$;

4) парабола симметрично расположена относительно оси Oy и проходит через точку $D(4; -8)$.

151. Найдите уравнение параболы с фокусом $F(-7; 0)$ и директрисой $x = 7$.

152. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет параболу, и найдите координаты её вершины A , величину параметра p и уравнение директрисы:

$$1) y^2 = 4x - 8; \quad 2) y^2 = 4 - 6x; \quad 3) x^2 = 6y + 2; \quad 4) x^2 = 2 - y.$$

153. Установите, что каждое из следующих уравнений определяет параболу, и найдите координаты её вершины A и величину параметра p :

$$1) y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2; \quad 2) y = 4x^2 - 8x + 7; \quad 3) y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 7.$$

154. Для каждой из следующих парабол найдите координаты вершины A и величину параметра p :

$$1) x = 2y^2 - 12y + 14; \quad 2) x = -0,25y^2 + y; \quad 3) x = -y^2 + 2y - 1.$$

155. Составьте уравнение параболы, если даны её фокус $F(7; 2)$ и директриса $x - 5 = 0$.

156. Составьте уравнение параболы с фокусом $F(4; 3)$, директрисой $y = -1$.

157. Выведите уравнение геометрического места точек, сумма расстояний которых до двух данных точек $F_1(-3;0)$ и $F_2(3;0)$ равна 10.

158. Выведите уравнение геометрического места точек, разность расстояний которых до двух данных точек $F_1(-5;0)$ и $F_2(5;0)$ равна 6.

159. Выведите уравнение геометрического места точек, для которых расстояние до данной точки $F(3;0)$ равно расстоянию до данной прямой $x+3=0$.

160. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2;1;-1)$ и имеет нормальный вектор $\vec{n} = \{1; -2; 3\}$.

161. Найдите угол между плоскостями: $2x - 3z + 5 = 0$ и $x + 6y - 3z - 1 = 0$.

162. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(3; -2; -7)$ параллельно плоскости $2x - 3z + 5 = 0$.

163. Даны две точки $M_1(3; -1; 2)$, $M_2(4; -2; -1)$. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$.

164. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3; 4; -5)$ параллельно двум векторам: $\vec{a} = \{3; 1; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -2; 1\}$.

165. Составьте уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3; -1; 2)$, $M_2(4; -1; -1)$, $M_3(2; 0; 2)$.

166. Определите двугранные углы, образованные пересечением следующих пар плоскостей:

$$1) x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0, \quad x + y\sqrt{2} - z + 3 = 0;$$

$$2) 3y - z = 0, \quad 2y + z = 0; \quad 3) x + 2y + 2z - 3 = 0, \quad 16x + 12y - 15z - 1 = 0.$$

167. Определите, при каких значениях l и m следующие пары уравнений будут определять параллельные плоскости:

$$1) 2x + ly + 3z - 5 = 0, \quad mx - 6y - 6z + 2 = 0;$$

$$2) 3x - y + lz - 9 = 0, \quad 2x + my + 2z - 3 = 0.$$

168. Определите, при каком значении l следующие пары уравнений будут определять перпендикулярные плоскости:

$$1) 3x - 5y + lz - 3 = 0, \quad x + 3y + 2z + 5 = 0;$$

$$2) 5x + y - 3z - 3 = 0, \quad 2x + ly - 3z + 1 = 0.$$

169. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(-1; 2; 3)$ перпендикулярно плоскостям: $2x - y + 3z - 1 = 0$, $x + 2y + z = 0$.

170. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2; -1; 1)$ и ось Oy .

171. Вычислите объем пирамиды, ограниченной плоскостью $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ и координатными плоскостями.

172. Две грани куба лежат на плоскостях $2x - 2y + z - 1 = 0$, $2x - 2y + z + 5 = 0$. Вычислите объем этого куба.

173. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(2; 0; -3)$ параллельно:

1) вектору $\vec{a} = \{2; -3; 5\}$;

3) оси Ox ;

2) прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$;

4) оси Oy ;

5) оси Oz .

174. Найдите угол между прямыми: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ и $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$.

175. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(2; 4; -6)$ перпендикулярно плоскости $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.

176. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1; -1; -1)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{4}$.

177. Найдите точку пересечения прямой и плоскости:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}, \quad 2x+3y+z-1=0; \\ 2) & \frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-5}, \quad x-2y+z-15=0; \\ 3) & \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}, \quad x+2y-2z+6=0. \end{aligned}$$

178. Найдите проекцию точки $P(2; -1; 3)$ на прямую $\begin{cases} x=3t, \\ y=5t-7, \\ z=2t+2. \end{cases}$

179. Найдите точку Q , симметричную точке $P(2; -5; 7)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(5; 4; 6)$ и $M_2(-2; -17; -8)$.

180. Найдите проекцию точки $P(5; 2; -1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$.

181. Найдите точку Q , симметричную точке $P(1; 3; -4)$ относительно плоскости $3x + y - 2z = 0$.

182. Через точки $M_1(-6; 6; -5)$, $M_2(12; -6; 1)$ проведена прямая. Определите точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

183. Даны вершины треугольника $A(3; 6; -7)$, $B(-5; 2; 3)$ и $C(4; -7; -2)$. Составьте параметрические уравнения высоты и медианы, проведенных из вершины C .

184. Дана прямая $\begin{cases} 2x - y + 3z + 1 = 0, \\ 3x + y - z - 2 = 0. \end{cases}$ Найдите её направляющий вектор.

186. Составьте каноническое уравнение прямой $\begin{cases} 5x - 8y + z + 11 = 0, \\ x + y - 3 = 0. \end{cases}$

187. Определите косинус угла между прямыми:

$$\begin{cases} x - y - 4z - 5 = 0, \\ 2x + y - 2z - 4 = 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x - 6y - 6z + 2 = 0, \\ 2x + 2y + 9z - 1 = 0. \end{cases}$$

188. Найдите расстояние от точки $M(1; -1; -2)$ до прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$.

188. Проверьте, пересекаются ли прямые: $\begin{cases} x=2t-3, \\ y=3t-2, \\ z=-4t+6 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=t+5, \\ y=-4t-1, \\ z=t-4. \end{cases}$

189. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 2; -3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$ и $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$.

190. Найдите расстояние между прямыми

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}, \quad \frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}.$$

191. Составьте уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}, \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}.$$

192. Даны точки $M_1(2; -3; 6)$, $M_2(0; 7; 0)$, $M_3(3; 2; -4)$, $M_4(2\sqrt{2}; 4; -5)$, $M_5(1; -4; -5)$, $M_6(2; 6; -\sqrt{5})$. Установите, какие из них лежат на поверхности, определенной уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = 49$, и какие не лежат на ней. Какая поверхность определена данным уравнением?

193. На поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ найдите точку, для которой:

- 1) абсцисса равна 1, ордината равна 2;
- 2) абсцисса равна 2, ордината равна 5;
- 3) абсцисса равна 2, аппликата равна 2;
- 4) ордината равна 2, аппликата равна 4.

194. Установите, какие геометрические образы определяются следующими уравнениями в декартовых прямоугольных координатах:

1) $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 49$;

2) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 0$;

3) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 5 = 0$;

4) $xz = 0$;

5) $yz = 0$;

6) $xyz = 0$;

7) $xy - y^2 = 0$;

8) $yz + z^2 = 0$;

9) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{1} = 1$;

10) $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-4)^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$;

11) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1$;

12) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = -1$;

13) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = z$;

14) $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = z$;

15) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$;

16) $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$;

17) $x^2 = 4z$;

18) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{25} = 0$.

195. Установите, что плоскость $x-2=0$ пересекает эллипсоид $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1$ по эллипсу; найдите его полуоси и вершины.

196. Установите, что плоскость $z+1=0$ пересекает однополостный гиперболоид $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{42} = 1$ по гиперболе; найдите ее полуоси и вершины.

197. Установите, что плоскость $y+6=0$ пересекает гиперболический параболоид $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 6z$ по параболу; найдите ее параметр и вершину.

ОТВЕТЫ

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. а) $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 5 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -10 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. 2. а) $a=3, b=-2, c=2$; б) $a=2, b=0, c=2$.

3. а) $\begin{pmatrix} 9 & 3 & 10 & -4 \\ 17 & 9 & 18 & -4 \end{pmatrix}$; б) 32; в) $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 14 & 25 & 3 \\ 2 & 3 & -7 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$;

е) $\begin{pmatrix} -56 & 45 & 1 \\ -11 & 7 & -3 \end{pmatrix}$; ж) $\begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 21 & 30 \end{pmatrix}$; з) $\begin{pmatrix} -47 & -74 \\ 111 & 138 \end{pmatrix}$; и) $\begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ -22 \\ -34 \end{pmatrix}$; к) $\begin{pmatrix} 15 & 12 & -24 & 0 \\ -5 & -4 & 8 & 0 \\ 10 & 8 & -16 & 0 \\ 45 & 36 & -72 & 0 \end{pmatrix}$; л) (-5).

4. $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$. 5. $\begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 13 & -6 \end{pmatrix}$. 6. $\begin{pmatrix} 49 & 31 & 10 \\ 11 & 3 & 14 \\ 79 & 25 & 17 \end{pmatrix}$. 7. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 9 \\ 11 & 1 & 11 \end{pmatrix}$. 8. а) $\begin{pmatrix} 15 & 4 \\ 4 & 43 \end{pmatrix}$,

$\begin{pmatrix} 17 & -2 & 21 & -1 \\ -2 & 5 & -3 & 7 \\ 21 & -3 & 26 & -2 \\ -1 & 7 & -2 & 10 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 5 & -6 & -4 \\ -6 & 12 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 5 & -1 & 5 \\ -1 & 5 & -1 & 5 & -1 \\ 5 & -1 & 5 & -1 & 5 \\ -1 & 5 & -1 & 5 & -1 \\ 5 & -1 & 5 & -1 & 5 \end{pmatrix}$. 9. $\begin{pmatrix} 1 & na \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

10. $\begin{pmatrix} \cos n\alpha & -\sin n\alpha \\ \sin n\alpha & \cos n\alpha \end{pmatrix}$. 11. $\begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 0 & 23 \end{pmatrix}$. 12. $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$. 13. $\begin{pmatrix} 21 & -23 & 15 \\ -13 & 34 & 10 \\ -9 & 22 & 25 \end{pmatrix}$. 15. а) 18; б) 111;

в) 208; г) -32; д) 48. 16. а) 12; б) 2; в) -1, -4; г) $-\frac{1}{6}, \frac{3}{2}$; д) \emptyset ; е) 2. 17. а) $(3; +\infty)$;

б) $(-10; +\infty)$; в) $(-\infty; -\frac{4}{3})$. 18. а) -3; б) -10, 2. 19. а) $(\frac{7}{2}; +\infty)$; б) $(-6; -4)$.

20. а) $\frac{1}{38} \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\frac{1}{63} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$; в) $\frac{1}{41} \begin{pmatrix} -9 & 11 & -5 \\ 7 & -4 & 13 \\ 19 & -5 & 6 \end{pmatrix}$; г) $\frac{1}{48} \begin{pmatrix} -10 & 12 & -10 \\ -17 & 6 & 7 \\ 8 & 0 & 8 \end{pmatrix}$; д) не суще-

ствует; е) $\frac{1}{67} \begin{pmatrix} 13 & -3 & -7 \\ 12 & 23 & 9 \\ -5 & -4 & 13 \end{pmatrix}$. 21. а) $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 18 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -13 & -3 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1,5 & 1,5 \end{pmatrix}$.

22. а) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$. 23. а) $(\frac{3}{7}; \frac{26}{7})$; б) 1; -1; в) 2; 3.

24. -1; 2; -2. 25. -22; 19; 21. 26. 1; 1; 1. 27. 4; 5; -3. 28. 2; -1; 1. 29. а) 2; б) 2; в) 4;

г) 3; д) 2; е) 3. 30. 1, если $a=1$; 2, если $a=-2$; 3, если $a \neq 1$ и $a \neq -2$. 31. Несовместна.

32. Несовместна. 33. 0; 1; -1; 2. 34. 1; 2; -1.

35. $(-\frac{1}{2} - x_4 + \frac{5}{8}x_5; \frac{5}{2} + 2x_4 + \frac{1}{8}x_5; 1 + x_4 - \frac{3}{4}x_5; x_4; x_5)$, $x_4, x_5 \in \mathbb{R}$.

36. $(1+2x_4; -2; -1-x_4; x_4)$, $x_4 \in \mathbb{R}$. 37. $(5; 3; -4; 1)$. 38. Несовместна.
39. $(x_1; 7-13x_1-11x_3; x_3; 2-6x_1-5x_3; 4-8x_1-8x_3)$, $x_1, x_3 \in \mathbb{R}$. 40. $\left(0; 2; \frac{5}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.
41. $(-8; x_4+3; 2x_4+6; x_4)$, $x_4 \in \mathbb{R}$.
42. $(-16+x_3+x_4+5x_5; 23-2x_3-2x_4-6x_5; x_3; x_4; x_5)$, $x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R}$. 43. Несовместна.
44. $\left(\frac{1}{6}+\frac{5}{6}x_4; \frac{1}{6}-\frac{7}{6}x_4; \frac{1}{6}+\frac{5}{6}x_4; x_4\right)$, $x_4 \in \mathbb{R}$. 45. $(3; 0; -5; 11)$. 46. $(0; 0; 0; x_5; x_5)$, $x_5 \in \mathbb{R}$.
47. $(0; 0; 0)$. 48. $(0; 0; 0)$. 49. $\left(\frac{1}{2}x_3-\frac{5}{8}x_4; -\frac{1}{2}x_3-\frac{1}{8}x_4; x_3; x_4\right)$, $x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.
50. $\vec{a} = \{1; -1; \pm\sqrt{2}\}$. 51. $B(1; -1; 8)$. 52. $\cos \alpha = \frac{3}{13}; \cos \beta = \frac{4}{13}; \cos \gamma = \frac{12}{13}$. 53. $\left(\frac{6}{7}; -\frac{2}{7}; -\frac{3}{7}\right)$.
54. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{7}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{14}}{14}$, $\cos \gamma = \frac{3\sqrt{14}}{14}$, $\vec{a}^0 = \left\{\frac{\sqrt{14}}{7}; -\frac{\sqrt{14}}{14}; \frac{3\sqrt{14}}{14}\right\}$. 55. $2\sqrt{2}; 2; -2$.
56. 1) может; 2) не может; 3) может. 57. $\frac{\pi}{3}$ или $\frac{2\pi}{3}$. 58. $|\vec{a}-\vec{b}|=22$. 59. $|\vec{a}+\vec{b}|=20$.
60. $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{19}$, $|\vec{a}-\vec{b}|=7$. 61. Вектор \vec{b} длиннее вектора \vec{a} в три раза, они направлены в противоположные стороны. 62. 6. 63. Коллинеарны. 64. а) $\{1; -1; 6\}$; б) $\{5; -3; 6\}$; в) $\{-1; 0; 6\}$; г) $\{12; -7; 12\}$. 65. $\alpha=4$, $\beta=-1$. 66. $\vec{d}=-48\vec{i}+45\vec{j}-36\vec{k}$. 67. $\vec{c}=\{-3; 15; 12\}$
68. $\vec{a}=2\vec{b}+\vec{c}$, $\vec{b}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$. 69. $\vec{c}=3,25\vec{p}+3,25\vec{q}-2,75\vec{r}$. 70. 1) -6; 2) 9; 3) 16; 4) 13; 5) -61; 6) 37; 7) 73. 71. 1) 22; 2) 6; 3) 7; 4) 40; 5) 129; 6) 41; 7) 11/21. 72. 1а) -524; 1б) 13; 2) $\{-70; 70; -350\}$. 73. 31. 74. $\frac{5}{21}$. 75. 45° . 76. $\vec{x}=\{-24; 32; 30\}$. 77. $\vec{x}=\left\{1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$.
78. $\vec{x}=-4\vec{i}-6\vec{j}+12\vec{k}$. 79. $\vec{x}=\{-3; 3; 3\}$. 80. $\vec{x}=\{2; -3; 0\}$. 81. $\frac{13\sqrt{2}}{6}$. 82. -9.
83. $\sqrt{369+180\sqrt{3}}$. 84. 16. 85. ± 30 . 86. 1) 24; 2) 60. 87. 1) $\{5; 1; 7\}$; 2) $\{10; 2; 14\}$; 3) $\{20; 4; 28\}$. 88. 1) $\{6; -4; -6\}$; 2) $\{-12; 8; 12\}$. 89. $50\sqrt{2}$. 90. 14. 91. 28, $\cos \alpha = -\frac{3}{7}$, $\cos \beta = -\frac{6}{7}$, $\cos \gamma = \frac{2}{7}$. 92. 5. 93. $\{-6; -24; 8\}$. 94. $\{45; 24; 0\}$. 95. 24. 96. ± 27 .
97. -7. 98. 1) компланарны; 2) левая тройка; 3) компланарны. 100. 3. 101. 11.
102. $D_1(0; 8; 0)$, $D_2(0; -7; 0)$. 103. 135° . 104. 1), 3) и 4). 105. $\frac{2}{14} = \frac{-3}{-21}$, $\frac{48}{\sqrt{637}} = \frac{48}{7\sqrt{13}}$.
106. $\frac{15}{5} = \frac{36}{12}$, 5. 107. а) $\arctg \frac{3}{4}$; б) 45° ; в) 45° ; г) 0° . 108. $y=3x-11$, $y=-\frac{1}{3}x-1$.
109. $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$, $x=\sqrt{3}$. 110. $8x+3y-18=0$. 111. $x-2y-7=0$. 112. $y+2=0$.
113. $\left(-\frac{12}{5}; \frac{27}{10}\right)$. 114. $(1; -3)$, $(-2; 5)$, $(5; -9)$, $(8; -17)$. 115. $(2; 1)$, $(4; 2)$, $(-1; 7)$, $(1; 8)$.

116. $(-2; -1)$. 117. $Q(11; -11)$. 118. $(-12; 5)$. 119. $2x - y - 4 = 0$. 120. $AB: 2x + y - 8 = 0$,
 $BC: x + 2y - 1 = 0$, $AC: x - y - 1 = 0$, $AM: x - 3 = 0$, $BN: x + y - 3 = 0$, $CK: y = 0$.
 121. $3x - 8y + 24 = 0$, $3x - 2y - 12 = 0$. 122. $7x - 2y - 12 = 0$, $5x + y - 28 = 0$, $2x - 3y - 18 = 0$.
 123. $5x - 2y - 33 = 0$, $x + 4y - 11 = 0$, $7x + 6y + 33 = 0$. 124. $\left(\frac{37}{29}; \frac{192}{29}\right)$. 125. $4x + 3y - 11 = 0$,
 $x + y + 2 = 0$, $3x + 2y - 13 = 0$. 126. См. рис. 1-3.

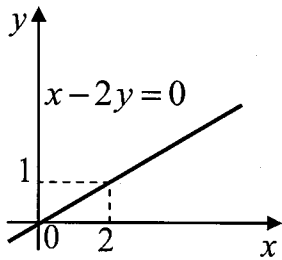


Рис. 1

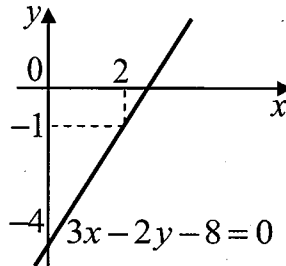


Рис. 2

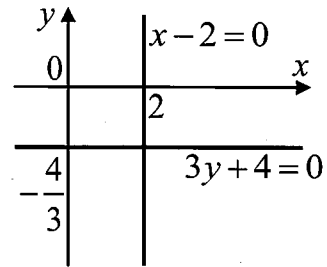


Рис. 3

127. Уравнения сторон: $4x + 3y + 1 = 0$, $4x + 3y - 24 = 0$, $3x - 4y + 7 = 0$, $3x - 4y + 32 = 0$,
 уравнение диагонали: $x + 7y - 31 = 0$. 128. $4x + 3y - 30 = 0$, $4x + 3y - 5 = 0$,
 $3x - 4y + 15 = 0$, $3x - 4y - 10 = 0$. 129. $C\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$. 130. $3x + 2y - 15 = 0$.
 131. $AB: x + 2y - 1 = 0$, $BC: x - 6y + 15 = 0$, $AC: x - 3 = 0$. 132. $2x + y - 8 = 0$, $x - y - 1 = 0$,
 $x - 4y - 4 = 0$. 133. $\frac{\pi}{4}$, $4x - 6y - 1 = 0$. 134. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. 135. 1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$; 2) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$;
 3) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$; 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. 136. 1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1$; 2) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$; 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{169} = 1$;
 4) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$. 137. 1) 5 и 3; 2) $F_1(-4; 0)$ и $F_1(4; 0)$; 3) $\varepsilon = \frac{4}{5}$; 4) $x = \pm \frac{25}{4}$. 138. 1) $C(3; -1)$,
 $a = 3$, $b = \sqrt{5}$, $\varepsilon = \frac{2}{3}$, $2x - 15 = 0$, $2x + 3 = 0$; 2) $C(-1; 2)$, $a = 5$, $b = 4$, $\varepsilon = \frac{3}{5}$, $3x - 22 = 0$,
 $3x + 28 = 0$; 3) $C(1; -2)$, $a = 2\sqrt{3}$, $b = 4$, $\varepsilon = \frac{1}{2}$, $y - 6 = 0$, $y + 10 = 0$. 139. 1) Половина эл-
 липса $\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y+7)^2}{4} = 1$ над прямой $y + 7 = 0$; 2) половина эллипса
 $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$ под прямой $y - 1 = 0$; 3) половина эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$ в левой
 полуплоскости; 4) половина эллипса $\frac{(x+5)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ справа от прямой $x + 5 = 0$.
 140. $5x^2 + 9y^2 + 4x - 18y - 55 = 0$. 141. $4x^2 + 3y^2 + 32x - 14y + 59 = 0$. 142. 1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$;
 2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$; 3) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$; 4) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$. 143. 1) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{324} = -1$; 2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$;

- 3) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{576} = -1$; 4) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{25} = -1$. 144. 1) 3 и 4; 2) $F_1(-5;0)$ и $F_1(5;0)$; 3) $\varepsilon = \frac{5}{3}$;
- 4) $y = \pm \frac{4}{3}x$; 5) $x = \pm \frac{9}{5}$. 145. 1) 3 и 4; 2) $F_1(0;-5)$ и $F_1(0;5)$; 3) $\varepsilon = \frac{5}{4}$; 4) $y = \pm \frac{4}{3}x$;
- 5) $x = \pm \frac{16}{5}$. 146. 1) $C(2;-3)$, $a=3$, $b=4$, $\varepsilon = \frac{5}{3}$, $5x-1=0$, $5x-19=0$, $4x-3y-17=0$, $4x+3y+1=0$; 2) $C(-5;1)$, $a=8$, $b=6$, $\varepsilon=1,25$, $x=-11,4$, $x=1,4$, $3x+4y+11=0$, $3x-4y+19=0$; 3) $C(2;-1)$, $a=3$, $b=4$, $\varepsilon=1,25$, $y=-4,2$, $y=2,2$, $4x+3y-5=0$, $4x-3y-11=0$. 147. 1) Часть гиперболы $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ над прямой $y+1=0$;
- 2) ветвь гиперболы $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y-7)^2}{9} = -1$ под прямой $y-7=0$; 3) ветвь гиперболы $\frac{(x-9)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{4} = 1$ слева от прямой $x-9=0$; 4) часть гиперболы $\frac{(x-5)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = -1$ слева от прямой $x-5=0$. 148. 1) $y^2 = 6x$; 2) $y^2 = -x$; 3) $x^2 = \frac{1}{2}y$;
- 4) $x^2 = -6y$. 149. 1) $p=3$, симметрична относительно оси Ox ; 2) $p = \frac{5}{2}$, симметрична относительно оси Oy ; 3) $p=2$, симметрична относительно оси Ox ; 4) $p = \frac{1}{2}$, симметрична относительно оси Oy . 150. 1) $y^2 = 4x$; 2) $y^2 = -9x$; 3) $x^2 = y$; 4) $x^2 = -2y$.
151. $y^2 = -28x$. 152. 1) $A(2;0)$, $p=2$, $x-1=0$; 2) $A\left(\frac{2}{3};0\right)$, $p=3$, $6x-13=0$;
- 3) $A\left(0;-\frac{1}{3}\right)$, $p=3$, $6y+11=0$; 4) $A(0;2)$, $p = \frac{1}{2}$, $4y-9=0$. 153. 1) $A(-2;1)$, $p=2$;
- 2) $A(1;3)$, $p = \frac{1}{8}$; 3) $A(6;-1)$, $p=3$. 154. 1) $A(-4;3)$, $p = \frac{1}{4}$; 2) $A(1;2)$, $p=2$; 3) $A(0;1)$, $p = \frac{1}{2}$.
155. $x = \frac{1}{4}y^2 - y + 7$. 156. $y = \frac{1}{8}x^2 - x + 3$. 157. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. 158. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.
159. $y^2 = 12x$. 160. $x-2y+3z+3=0$. 161. $\arccos \frac{11\sqrt{598}}{598}$. 162. $2x-3z-27=0$.
163. $x-y-3z+2=0$. 164. $x+4y+7z+16=0$. 165. $3x+3y+z-8=0$. 166. 1) $\frac{\pi}{3}$; 2) $\frac{\pi}{4}$;
- 3) $\arccos \frac{2}{15}$. 167. 1) $l=3, m=-4$; 2) $l=3, m=-\frac{2}{3}$. 168. 1) 6; 2) -19.
169. $7x-y-5z+24=0$. 170. $x-2z=0$. 171. 8. 172. 8. 173. 1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$;
- 2) $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$; 3) $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{0}$; 4) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}$; 5) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{1}$. 174. 60° .